牛顿定律

1. （A）恒力是指大小和方向均保持不变的力。物体在恒力作用下，由牛顿第二定律 $\vec{F}=m\vec{a}$，物体的加速度保持不变；当物体初速度为零，或初速度方向与恒定的加速度方向在同一直线上时，物体将做直线运动，否则可做曲线运动，例如**斜抛运动中，重力是恒力，物体的轨迹为抛物线**。

（B）变力是指力的大小**或**方向随时间变化的力。若物体在一方向不变但大小不断变化的变力作用下，由静止或者初速度方向与变力方向相同，物体将做直线运动。

（C）**物体在垂直于速度方向（轨迹切线方向），且大小不变的力作用下**，由切向力：$F_t=ma_t=m\dfrac{dv}{dt}=0$，

$\Rightarrow dv=0$，即**物体运动的速度大小（速率）将保持不变**；又由法向力大小不变，即：$F_n=ma_n=m\dfrac{v^2}{\rho}$，

$\Rightarrow$ **物体运动轨迹的曲率半径 ρ 将不变**；但在上述条件下，物体并不一定做圆周运动，例如**带电粒子在均匀磁场中做螺旋运动**（电磁学部分）。

（D）圆周运动可分为**匀速圆周运动**和**变速圆周运动**。匀速圆周运动中，物体只受到法向加速度（法向力）；在**变速圆周运动**中，由切向加速度和法向加速度合成的**总加速度**（力 $\vec{F}=m\vec{a}$）**并不一定垂直于速度方向**。

（E）**物体在垂直于速度方向，但大小可变的力作用下**，由切向力：$F_t=ma_t=m\dfrac{dv}{dt}=0$，$\Rightarrow dv=0$，即**物体运动的速度大小（速率）将保持不变**；又由法向力大小可变，即：$F_n=ma_n=m\dfrac{v^2}{\rho}$，$\Rightarrow$ **物体运动轨迹的曲率半径 ρ 可以变化；物体可以做匀速率曲线运动**。　本题选（**E**）

2. 在左图中，**物体 A、B 共同运动的加速度大小相等**：$m_Ag-\mu m_Bg=(m_A+m_B)a \quad \Rightarrow \quad a=\dfrac{m_Ag-\mu m_Bg}{m_A+m_B}$；

在右图中：$T-\mu m_Bg=m_Ba'$ （其中 $T=m_Ag$）$\Rightarrow$ $a'=\dfrac{m_Ag-\mu m_Bg}{m_B}$；从而得到 $a<a'$．　本题选（**C**）

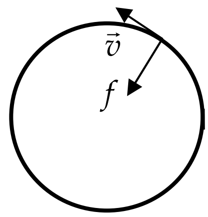
3. 由于斜面与地面之间无摩擦，斜面和砖构成的**系统在水平方向不受外力**，且砖相对斜面不往下滑动（即**砖和斜面相对静止**），则砖和斜面构成的系统在水平方向将保持初始状态（原来静止），所以**斜面保持静止**。

4. 重物在弹簧弹力和重力作用下向上做匀加速运动，弹簧被拉伸；**当手突然停止运动瞬间**，弹簧形变没有来得及改变，弹簧仍处于拉伸状态，**弹簧弹力在此瞬间没有突然变化**，故**重物将在弹力和重力作用下向上做加速运动**。

5. 物体 A 和圆盘一起做圆周运动时，圆盘对物体 A 的静摩擦力提供向心力，如图所示。

要使物体 A 不至于飞出，则静摩擦力：$f\ge m\dfrac{v^2}{r}$，

$$\Rightarrow \quad \mu mg\ge m\frac{v^2}{r}=mr\omega^2 \quad \Rightarrow \quad \omega\le\sqrt{\frac{\mu g}{r}}.$$



（第 5 题图）

6. 设图中轻绳 l_1 中张力大小为 T_1，轻绳 l_2 中张力大小为 T_2；**由于轻绳不计质量，各段轻绳中张力大小处处相等**。

物体 m_2 在张力 T_2 的作用下做半径为 (l_1+l_2) 的匀速圆周运动，则

$$T_2=m_2\frac{v_2^2}{l_1+l_2}=m_2(l_1+l_2)\omega^2，\text{其中物体 } m_2 \text{ 的运动**速率**：} v_2=(l_1+l_2)\omega；$$

物体m_1在张力T_1和T_2的作用下做半径为l_1的匀速圆周运动，则

$T_1 - T_2 = m_1 \dfrac{v_1^2}{l_1} = m_1 l_1 \omega^2$，其中物体$m_1$的运动速率：$v_1 = l_1\omega$

$$\Rightarrow \quad T_1 = m_1 l_1 \omega^2 + T_2 = m_1 l_1 \omega^2 + m_2 (l_1 + l_2)\omega^2 .$$

7. 设物体m_1相对地面的加速度大小为a_1，方向竖直向下；环m_2相对地面的加速度大小为a'_2，方向竖直向下；环与绳之间的摩擦力大小为f，由于轻绳中张力处处相等，绳对物体m_1的拉力大小等于摩擦力的大小，$T = f$.

受力分析：物体m_1受到重力$m_1 g$和绳拉力T（$T = f$）的作用，$m_1 g - f = m_1 a_1$，　（1）式

环m_2受到重力$m_2 g$和摩擦力f的作用，　$m_2 g - f = m_2 a'_2$，　（2）式

又根据相对运动，环m_2相对绳的加速度：$\vec{a}_{环绳} = \vec{a}_{环地} + \vec{a}_{地绳} = \vec{a}_{环地} - \vec{a}_{绳地}$，若取竖直向下为正方向，有：

$a_2 = a'_2 - (-a_1)$，$\boxed{\text{物体 } m_1 \text{ 相对地面的加速度 } a_1\text{，向下；则滑轮右侧绳相对地面的加速度也为 } a_1\text{，向上。}}$

$\Rightarrow \quad a_2 = a'_2 + a_1$，　（3）式

联立（1）（2）（3）式，$\begin{cases} m_1 g - f = m_1 a_1 \\ m_2 g - f = m_2 a'_2 \\ a_2 = a'_2 + a_1 \end{cases}$，　解得 $\begin{cases} a_1 = \dfrac{(m_1 - m_2) g + m_2 a_2}{m_1 + m_2} \\ a'_2 = \dfrac{m_1 a_2 - (m_1 - m_2) g}{m_1 + m_2} \\ f = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}(2g - a_2) \end{cases}$.

8. 建立水平方向的ox轴，设$t = 0$时子弹在坐标原点处以速度v_0射入沙土，在水平方向子弹只受到沙土的阻力。

$$f = -kv = ma = m\frac{dv}{dt} \ \Rightarrow -kv = m\frac{dv}{dt},$$

（1）求速度随时间的变化关系：$-kv = m\dfrac{dv}{dt} \Rightarrow \ \dfrac{dv}{v} = -\dfrac{k}{m}dt \ \Rightarrow \ \displaystyle\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v} = \int_0^t -\frac{k}{m}dt$，

$\Rightarrow \ \ln\dfrac{v}{v_0} = -\dfrac{k}{m}t \quad \Rightarrow$ 速度随时间的变化关系：$v = v_0 e^{-\frac{k}{m}t}$；

（2）求子弹射入沙土的最大深度：$-kv = m\dfrac{dv}{dt} \ \Rightarrow -kv = m\dfrac{dv}{dx}\dfrac{dx}{dt} \ \Rightarrow \ -kv = mv\dfrac{dv}{dx} \Rightarrow \ dx = -\dfrac{m}{k}dv$，

$$\Rightarrow \int_0^x dx = \int_{v_0}^{v} -\frac{m}{k}dv \ \Rightarrow \ x = -\frac{m}{k}(v - v_0),$$

当子弹到达最大深度时，$v = 0$时，所以最大深度：$x_{\max} = \dfrac{m}{k}v_0$.

9. 设小球在距碗底为h的水平面内做半径为r的圆周运动。小球受到重力mg和碗内壁的支持力N，方向沿半球形碗的半径R指向球心；重力mg和支持力N的合力提供小球在水平面内做圆周运动的向心力：$F_n = mr\omega^2$。

由相似三角形，$\dfrac{mg}{F_n} = \dfrac{R-h}{r} \ \Rightarrow \ F_n = \dfrac{r}{R-h}mg = mr\omega^2 \ \Rightarrow \ R - h = \dfrac{g}{\omega^2} \Rightarrow$ 距碗底高：$h = R - \dfrac{g}{\omega^2}$.

10.（1）求物体上升的高度。

上升过程中，建立竖直向上的 ox 轴，设 $t=0$ 时物体在坐标原点处以初速度 v_0 竖直上抛，物体受到重力和空气阻力，方向均竖直向下。

$$-mg-kmv^2=ma=m\frac{dv}{dt} \Rightarrow -mg-kmv^2=m\frac{dv}{dt}=m\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} \Rightarrow -mg-kmv^2=mv\frac{dv}{dx},$$

$$\Rightarrow -g-kv^2=v\frac{dv}{dx} \Rightarrow dx=-\frac{vdv}{g+kv^2} \Rightarrow \int_0^x dx=-\int_{v_0}^{v}\frac{vdv}{g+kv^2} \Rightarrow x=-\frac{1}{2k}\ln\frac{g+kv^2}{g+kv_0^2}=\frac{1}{2k}\ln\frac{g+kv_0^2}{g+kv^2},$$

当物体到达最大高度时，$v=0$ 时，所以最大高度：$x_{\max}=\dfrac{1}{2k}\ln\dfrac{g+kv_0^2}{g}$；

（2）求物体返回地面时速度的大小。

下降过程中，建立竖直向下的 ox 轴，设 $t=0$ 时物体在坐标原点处静止下落，物体受到重力（方向竖直向下）和空气阻力（方向竖直向上），且当物体位置坐标：$x=x_{\max}=\dfrac{1}{2k}\ln\dfrac{g+kv_0^2}{g}$ 时，物体返回地面。

$$mg-kmv^2=ma=m\frac{dv}{dt} \Rightarrow mg-kmv^2=m\frac{dv}{dt}=m\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} \Rightarrow mg-kmv^2=mv\frac{dv}{dx},$$

$$\Rightarrow g-kv^2=v\frac{dv}{dx} \Rightarrow dx=\frac{vdv}{g-kv^2} \Rightarrow \int_0^x dx=\int_0^v\frac{vdv}{g-kv^2} \Rightarrow x=-\frac{1}{2k}\ln\frac{g-kv^2}{g},$$

当位置坐标：$x=x_{\max}=\dfrac{1}{2k}\ln\dfrac{g+kv_0^2}{g}$ 时，即：$x=-\dfrac{1}{2k}\ln\dfrac{g-kv^2}{g}=\dfrac{1}{2k}\ln\dfrac{g+kv_0^2}{g}$，物体返回地面，

$$\Rightarrow \frac{1}{2k}\ln\frac{g}{g-kv^2}=\frac{1}{2k}\ln\frac{g+kv_0^2}{g} \Rightarrow \frac{g}{g-kv^2}=\frac{g+kv_0^2}{g} \Rightarrow v^2=\frac{gv_0^2}{g+kv_0^2},$$

$\Rightarrow$ 物体返回地面时速度的大小：$v=v_0\sqrt{\dfrac{g}{g+kv_0^2}}$.